# Betontervezés

Dr. Kausay Tibor

$$x = f(x_L, r)$$

$$r = x + x_L = (V_V + V_L) / M_C$$

$$x_L = \frac{V_L}{M_C}$$

$$r = f(R_{m200}, C)$$

$K_{28}\,(kp/cm^2)$

450 400 350 300 250 200 150 100 50

1,00 0,95 0,9 0,85 0,8 0,75 0,7 0,65 0,6 0,55 0,5 0,45 0,4

Vizcementtényező x

C600 C500 C400 C300

$x = F(x_L, f(K_{28}, C))$ ahol

$x_L$ = levegő cementtényező

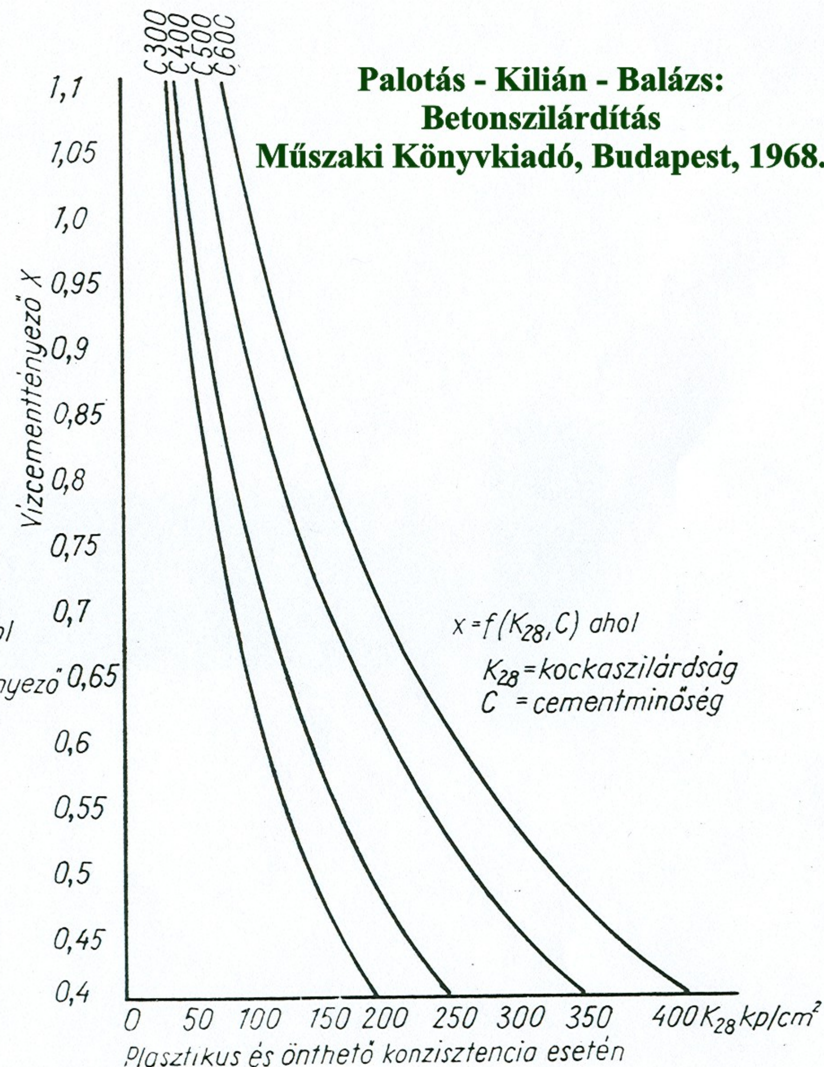
$K_{28}$ = kockaszilárdság

C = cement minőség

0,8 0,7 0,6 0,5 0,4 0,3 0,2 0,1 0,0

Földnedves konzisztencia esetén

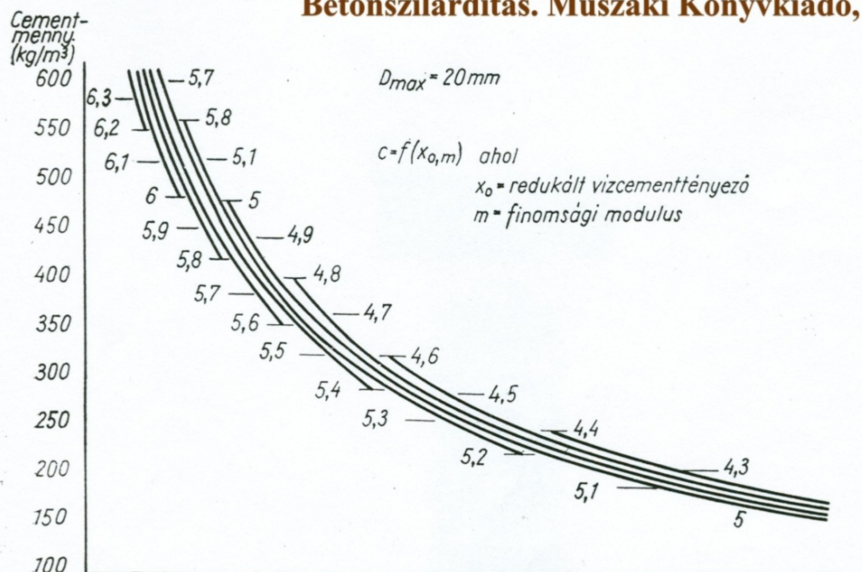
Levegő-cement tényező, $x_L$

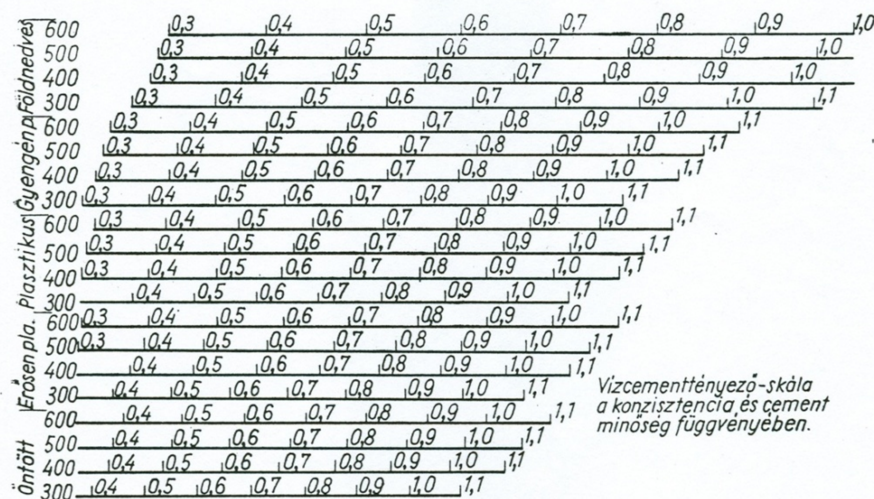



**Képletek = *Palotás*: Építőanyagok II. kötet. Akadémiai Kiadó, Bp. 1961.**

A betontervezés menetét KAUSAY (1966) fenti képletek felhasználásával nomogramokban dolgozta fel.

**PALOTÁS -KILIÁN -BALÁZS: Betonszilárdítás. Műszaki Könyvkiadó, 1968.**




40. ábra. Betontervezési nomogram

# A régi összefüggéseket a szabványok és mértékegységek változása miatt át kellett dolgozni.



| A beton MSZ 4798:2016 szabvány szerinti, végig víz alatt tárolt próbatesten meghatározott nyomószilárdságának előírt jellemző értéke | A beton MSZ 4719:1982 szabvány szerinti, vegyesen tárolt, 200 mm élhosszúságú próbakockán mért nyomószilárdságának előírt átlagértéke |
|---|---|
| $f_{ck,cyl}/f_{ck,cube}$ N/mm² | $R_{m200,nom}$ N/mm² |
| 8/10 | 10+4 = 14 |
| 12/15 | 15+5 = 20 |
| 16/20 | 20+6 = 26 |
| 20/25 | 25+7 = 32 |
| 25/30 | 30+8 = 38 |
| 30/37 | 37+9 = 46 |
| 35/45 | 45+10 = 55 |
| 40/50 | 50+11 = 61 |



$$f_{ck,cube} + \Delta = R_{m200,nom}$$

**Az előző táblázatban a $\Delta = R_{m200,nom} - f_{ck,cube}$ növekmény lényegében olyan, a szabványos 150 mm méretű, végig víz alatt tárolt próbakockára vonatkoztatott $s_{150,cube,víz\ alatti\ tárolás}$ szórást jelenít meg, amelynek értéke az $n$ = 5 vizsgálati eredményhez tartozó $t$ = 2,04 *Student*-féle tényező mellett:**

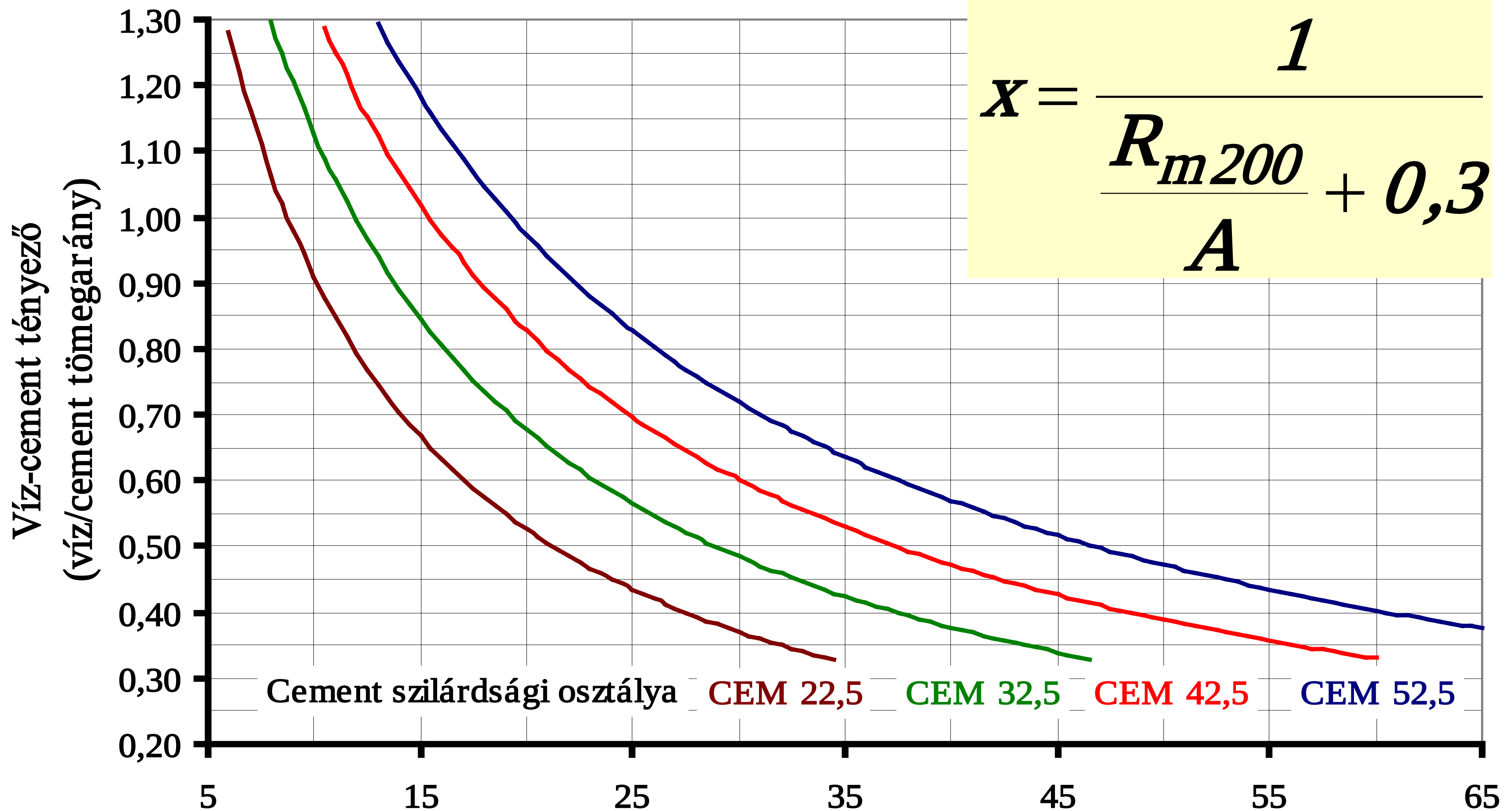
$$s_{150,cube,\ víz\ alatti\ tárolás} = 0{,}5 * \Delta$$

**tehát például:**

**C 16/20 nyomószilárdsági osztályú beton esetén $\Delta$ = 6 és $s_{150,cube,víz\ alatti\ tárolás} = 0{,}5\times6 = 3$ N/mm², vagy C 25/30 nyomószilárdsági osztályú beton esetén $\Delta$ = 8 és $s_{150,cube,víz\ alatti\ tárolás} = 0{,}5\times8 = 4$ N/mm².**

**(Ez hagyományos felfogás, amely szerint a nyomószilárdság szórása arányos az átlaggal.)**

A víz-cement tényező a cement minőség és a 200 mm méretű, vegyesen tárolt betonkocka átlagos nyomószilárdsága függvényében




Kausay

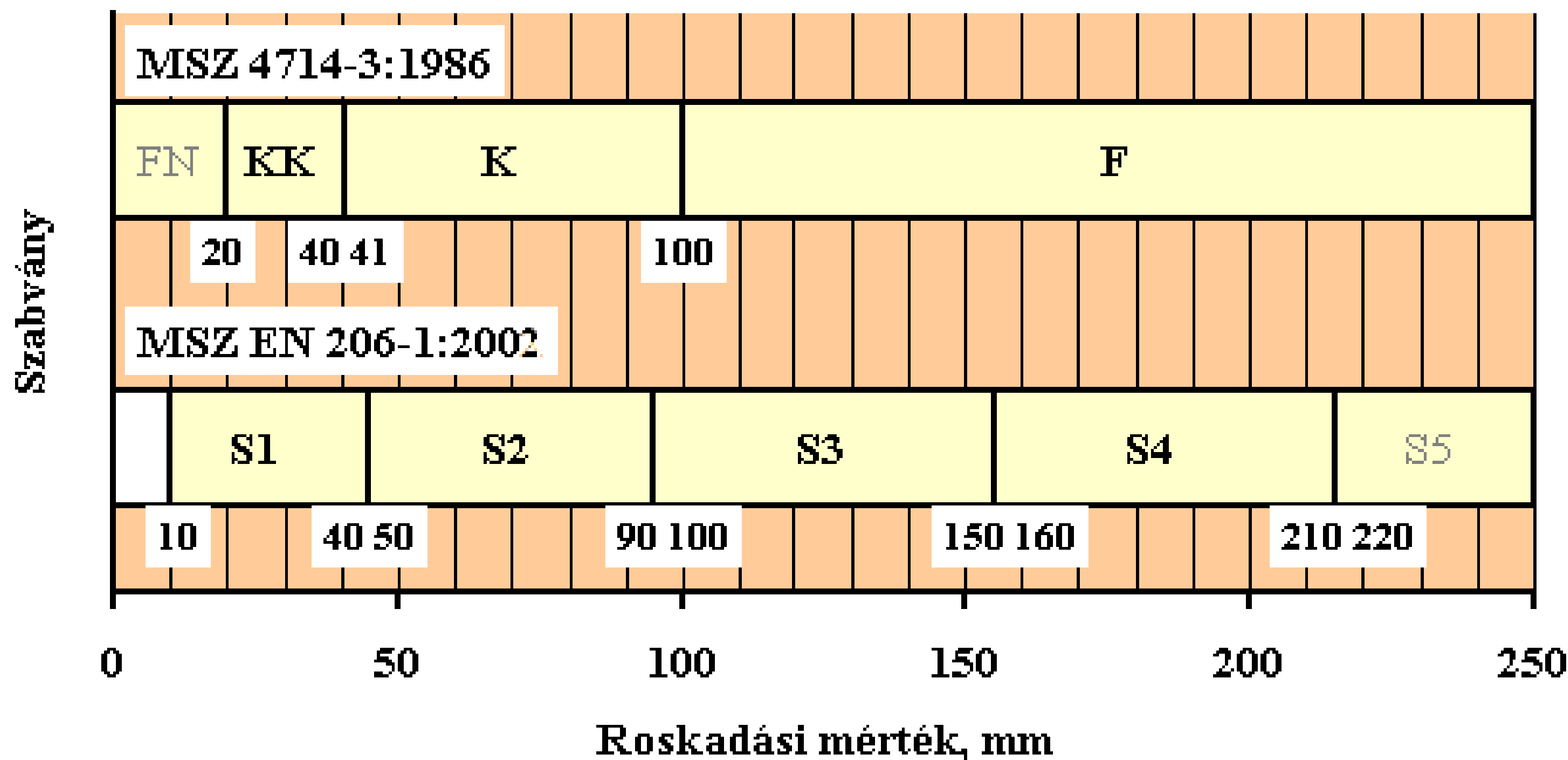
| Cementminőség | | A |
|---|---|---|
| MSZ EN 197-1:2000 | MSZ 4702/2:1974 | |
| CEM 52,5 | C 550 | 27,5 |
| CEM 42,5 | C 450 | 22,0 |
| CEM 32,5 | C 350 | 17,0 |
| CEM 22,5 | C 250 | 12,5 |

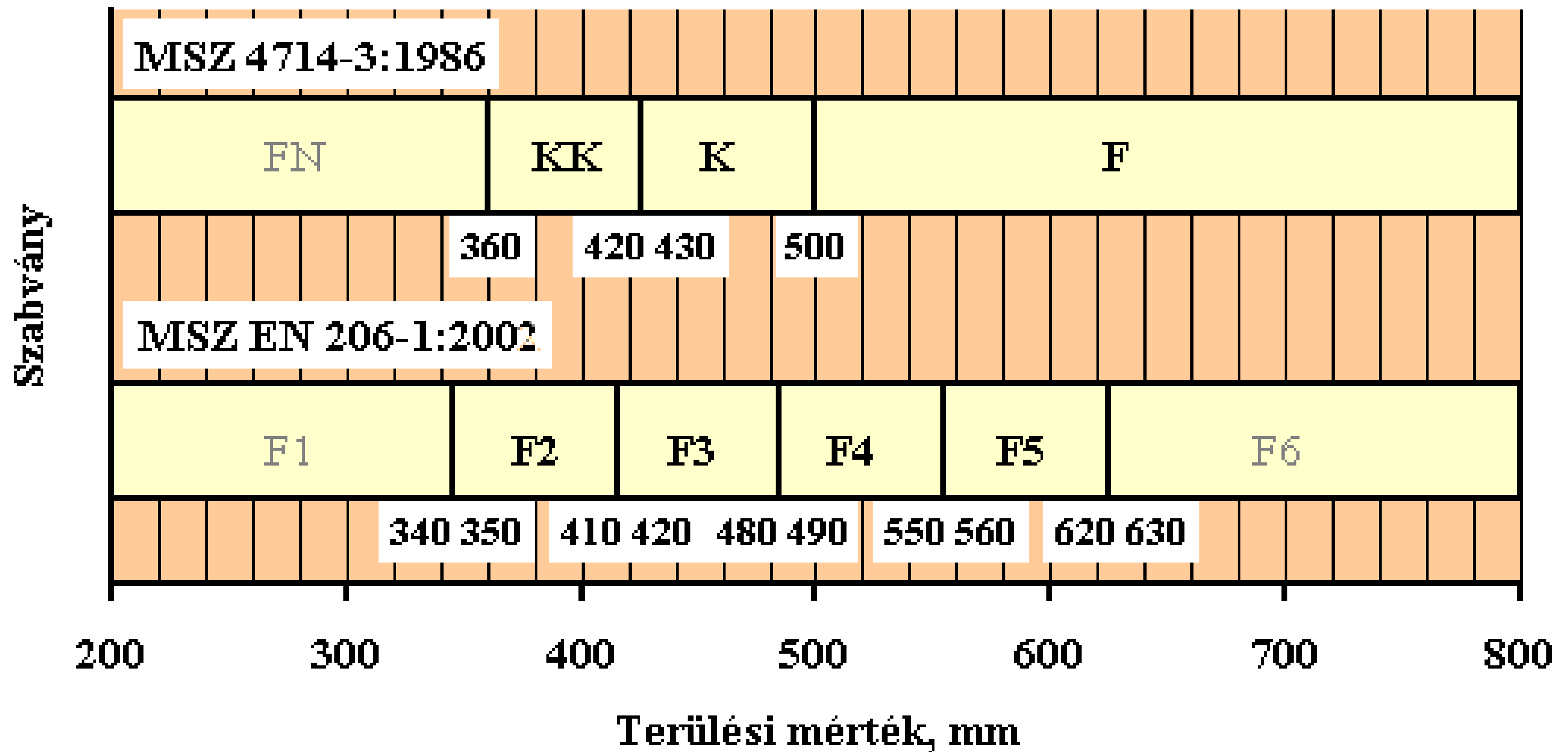
| Konzisztencia | $h_{konz}$ | Cement minőség | $h_{CEM}$ |
|---|---|---|---|
| Földnedves | 1,00 | CEM 52,5 | 0,98 |
| Kissé képlékeny | 1,15 | CEM 42,5 | 1,00 |
| Képlékeny | 1,25 | CEM 32,5 | 1,04 |
| Folyós | 1,35 | CEM 22,5 | 1,07 |

| $d_{max}$ [mm] | $h_{dmax}$ |
|---|---|
| 12 | 1,04 |
| 16 | 1,01 |
| 24 | 1,00 |
| 32 | 0,98 |

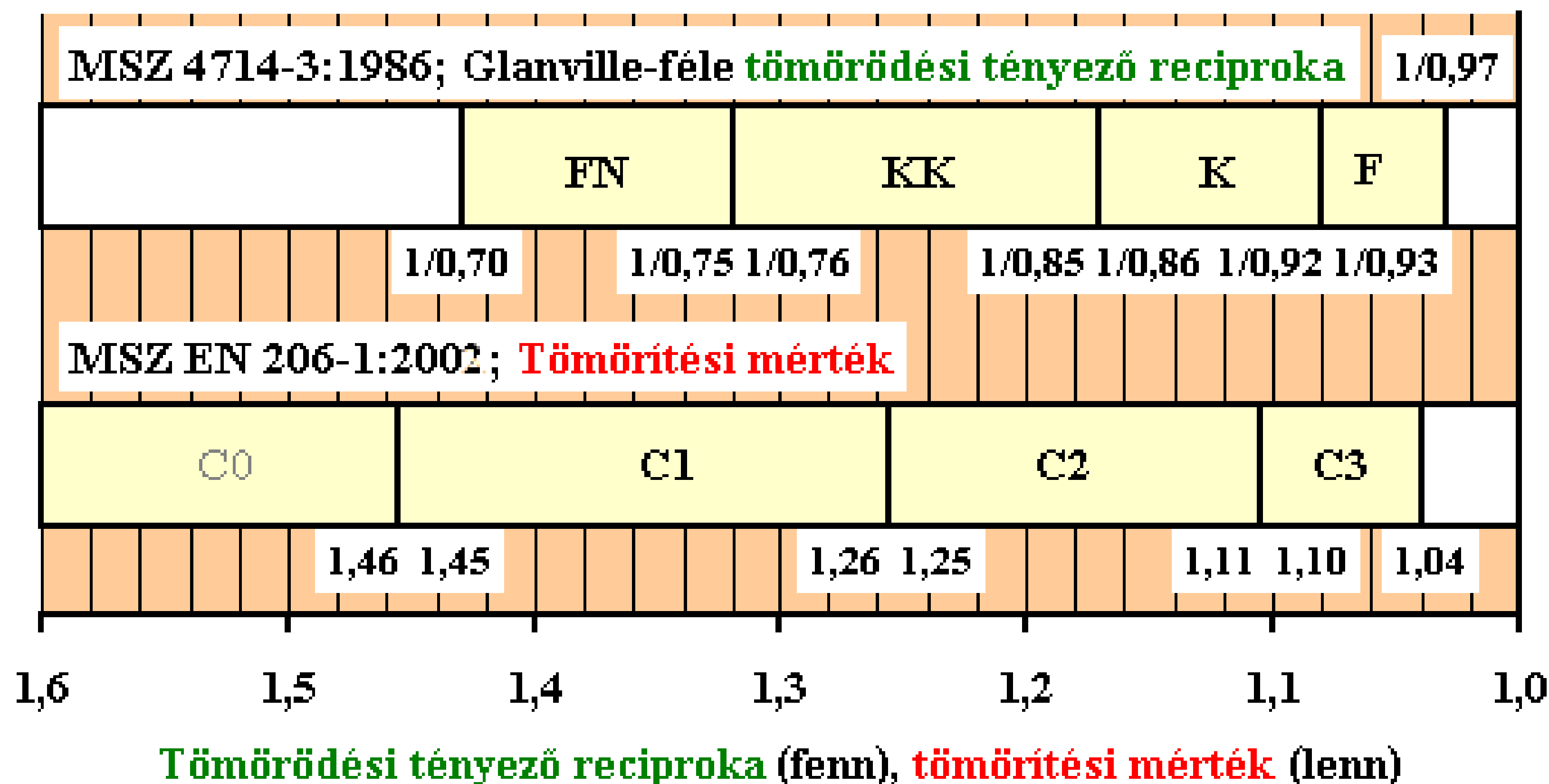
$$x_0 = \frac{x}{h_{konz} \cdot h_{CEM} \cdot h_{d_{max}}}$$

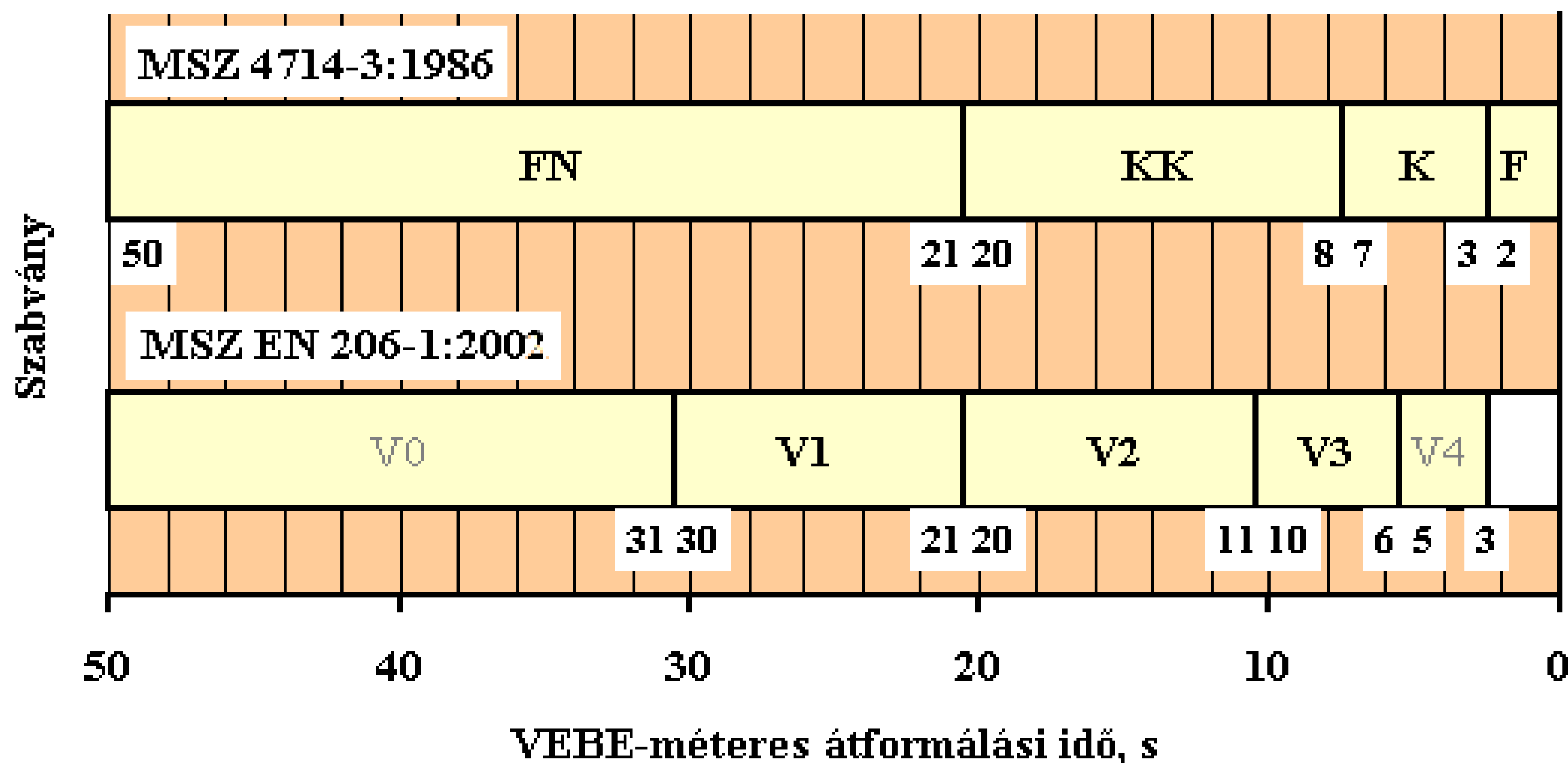
**A konzisztenciáról itt lehet olvasni:**
**http://www.betonopus.hu/szakmernoki/115-konzisztencia.pdf**


Roskadási mérték az MSZ 4714-3
és az MSZ EN 206-1 szabvány szerint
MSZ 4714-3:1986
FN
KK
K
F
20
40 41
100
MSZ EN 206-1:2002
S1
S2
S3
S4
S5
10
40 50
90 100
150 160
210 220
0
50
100
150
200
250
Roskadási mérték, mm
Szabvány

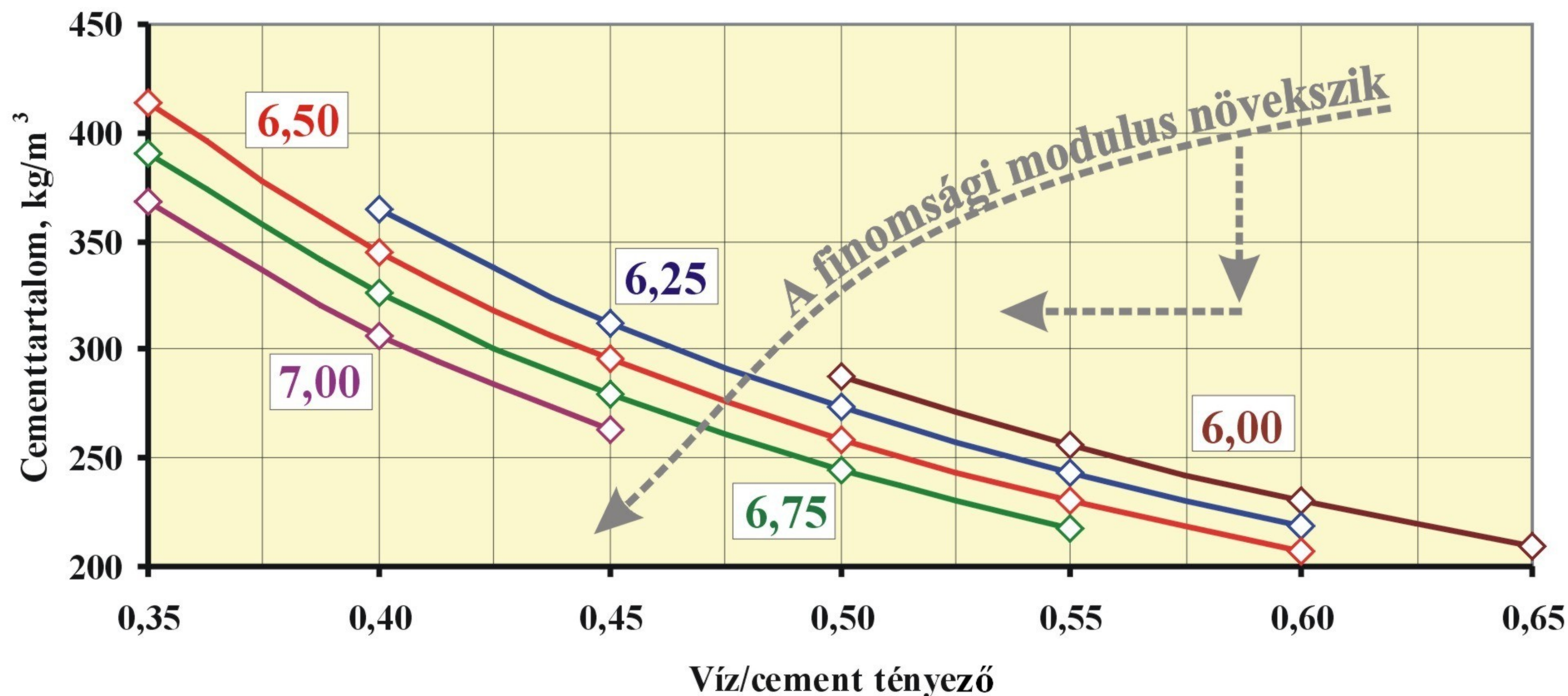


Területi mérték az MSZ 4714-3
és az MSZ EN 206-1 szabvány szerint
MSZ 4714-3:1986
FN
KK
K
F
360
420 430
500
MSZ EN 206-1:2002
F1
F2
F3
F4
F5
F6
340 350
410 420
480 490
550 560
620 630
200
300
400
500
600
700
800
Területi mérték, mm
Szabvány

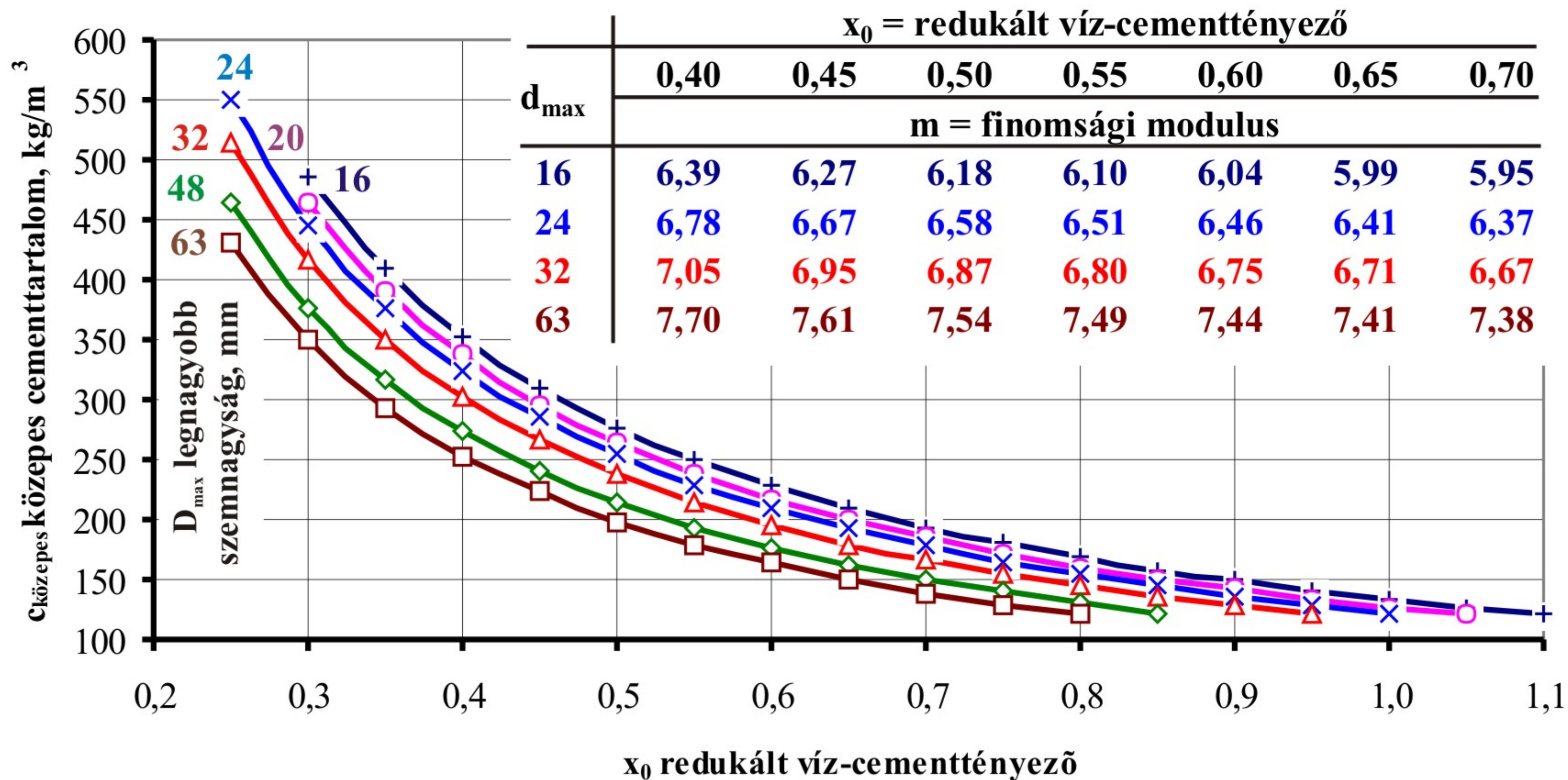

Az MSZ 4714-3 szerinti Glanville-féle tömörödési tényező
reciproka és az MSZ EN 206-1 szerinti tömörítési mérték
MSZ 4714-3:1986; Glanville-féle tömörödési tényező reciproka
1/0,97
FN
KK
K
F
1/0,70
1/0,75 1/0,76
1/0,85 1/0,86 1/0,92 1/0,93
MSZ EN 206-1:2002; Tömörítési mérték
C0
C1
C2
C3
1,46 1,45
1,26 1,25
1,11 1,10
1,04
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1,0
Szabvány
Tömörödési tényező reciproka (fenn), tömörítési mérték (lenn)




**Az új MSZ 206:2014 és MSZ 4798:2016 betonszabvány már nem tartalmazza.**




ha $x_0 = x$ akkor: $$c = \frac{23}{x - 0{,}1} \cdot (11 - m)$$




| $d_{max}$ | $x_0$ = redukált víz-cementtényező | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,40 | 0,45 | 0,50 | 0,55 | 0,60 | 0,65 | 0,70 |
| | m = finomsági modulus | | | | | | |
| 16 | 6,39 | 6,27 | 6,18 | 6,10 | 6,04 | 5,99 | 5,95 |
| 24 | 6,78 | 6,67 | 6,58 | 6,51 | 6,46 | 6,41 | 6,37 |
| 32 | 7,05 | 6,95 | 6,87 | 6,80 | 6,75 | 6,71 | 6,67 |
| 63 | 7,70 | 7,61 | 7,54 | 7,49 | 7,44 | 7,41 | 7,38 |

$$m = 11 - (x_0 - 0{,}1) \cdot \frac{c}{23}$$

$$m = 11 - (x_0 - 0,1) \cdot \frac{c}{23}$$

$$m_0 = 2,66 \cdot \lg d_{max} + 2,2 + 0,0028 \cdot c$$

$$0,89 \cdot m_0 \leq m \leq 1,07 \cdot m_0$$

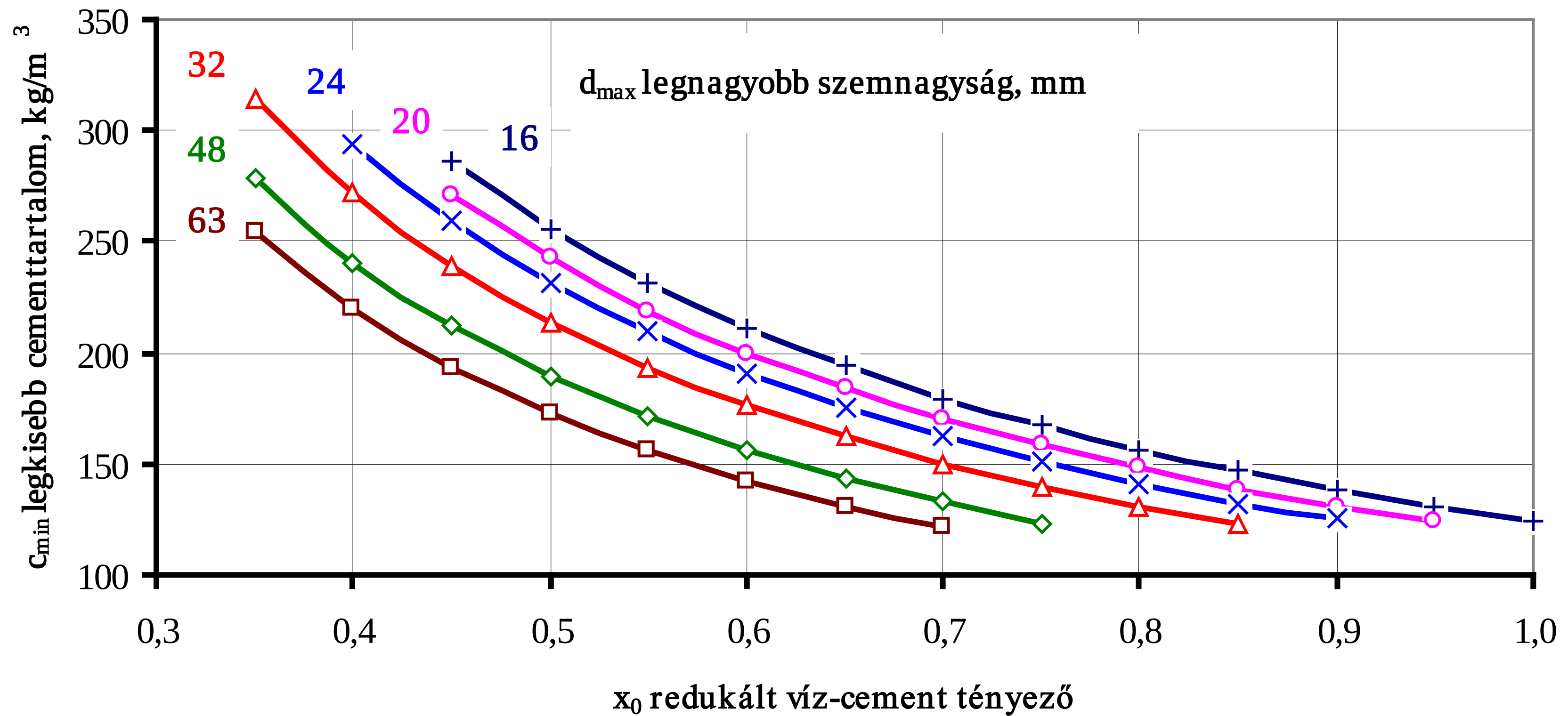
$$0{,}89 \cdot m_0 \leq m \leq 1{,}07 \cdot m_0$$

$$m = 11 - (x_0 - 0{,}1) \cdot \frac{c_{min}}{23} = 1{,}07 \cdot m_0 =$$

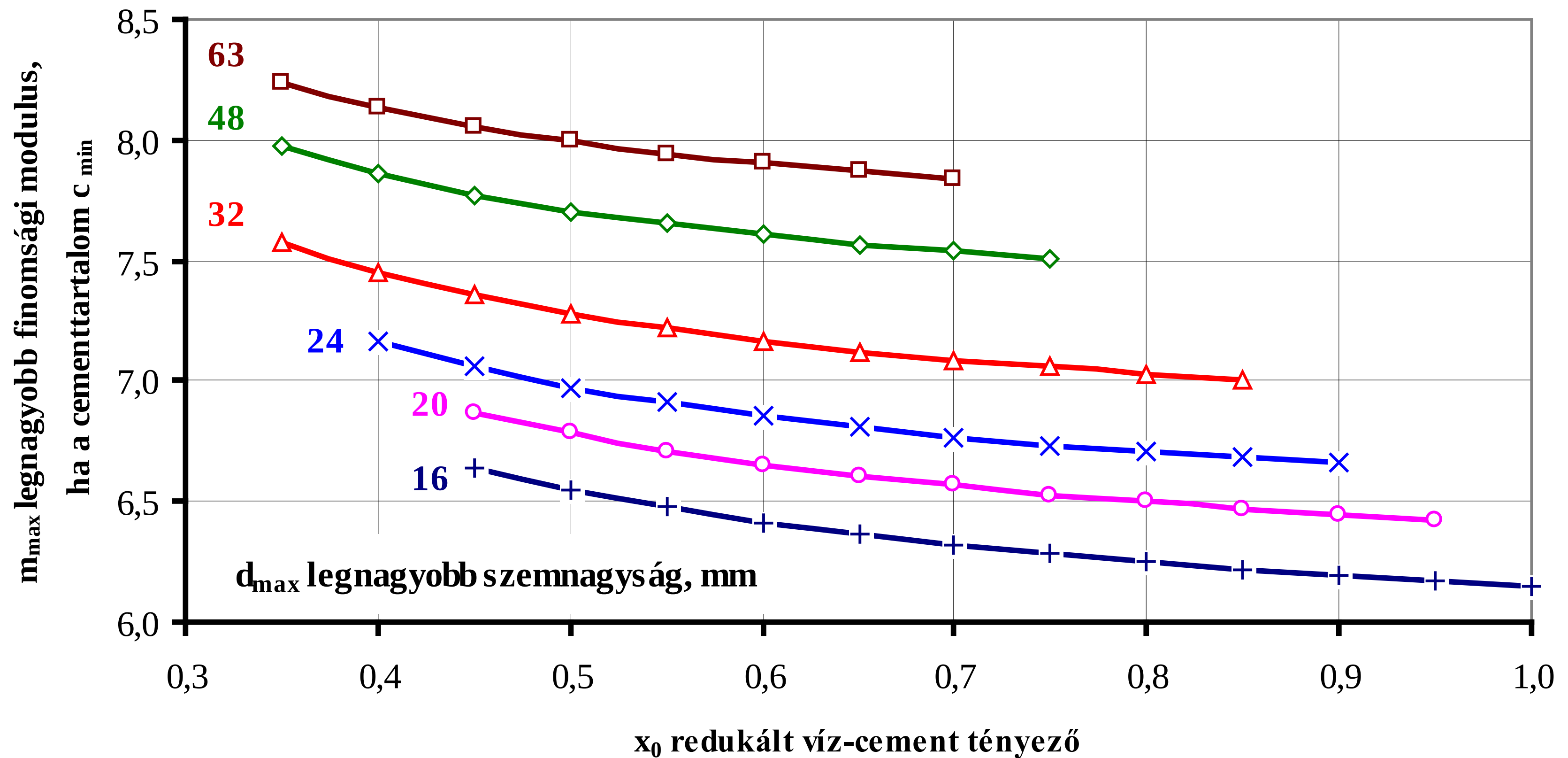
$$= 1{,}07 \cdot (2{,}66 \cdot \lg d_{max} + 2{,}2 + 0{,}0028 \cdot c_{min})$$

$$c_{min} = \frac{198{,}858 - 65{,}463 \cdot \lg d_{max}}{x_0 - 0{,}031}$$

*Dr. Balázs György*: **Barangolásaim a betonkutatás területén. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2001. p. 55.**




$$c_{min} = \frac{198{,}858 - 65{,}463 \cdot \lg d_{max}}{x_0 - 0{,}031}$$




$$m_{max} = 11 - (x_0 - 0{,}1) \cdot \frac{c_{min}}{23}$$

$$0{,}89 \cdot m_0 \le m \le 1{,}07 \cdot m_0$$

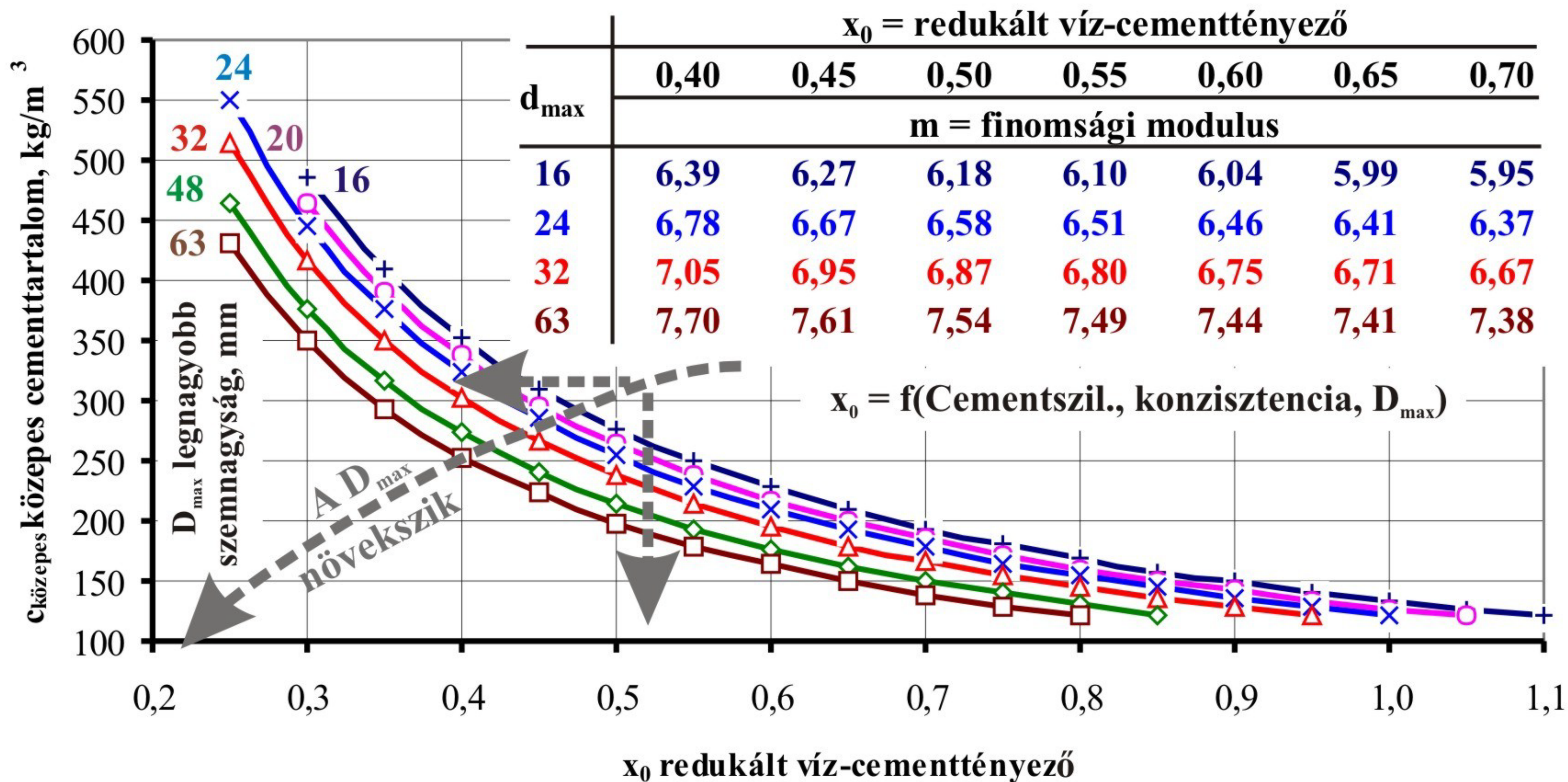
$$m = m_0$$

$$m = 11 - (x_0 - 0{,}1) \cdot \frac{c_{közepes}}{23} = m_0 =$$

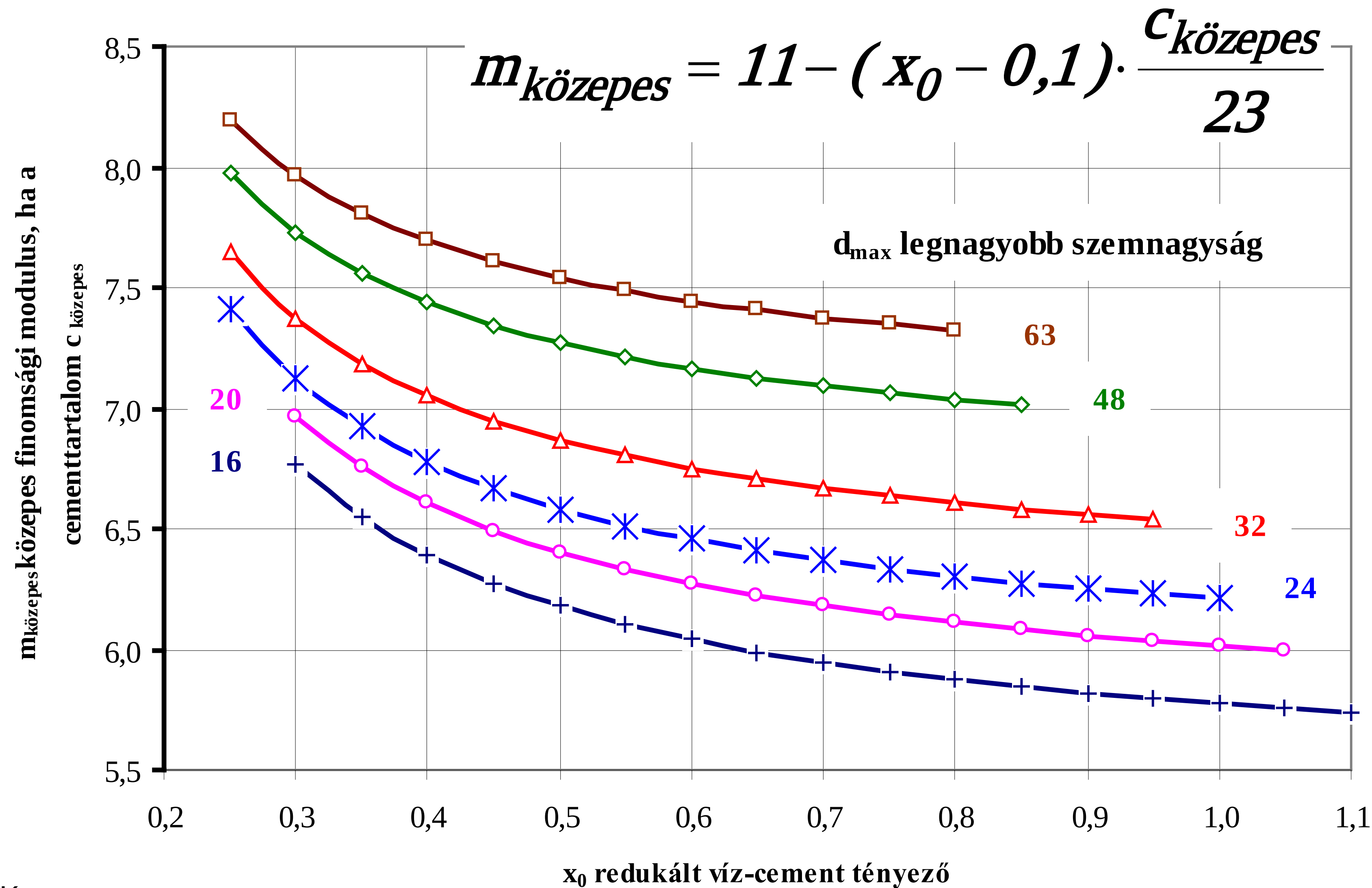
$$= (2{,}66 \cdot \lg d_{max} + 2{,}2 + 0{,}0028 \cdot c_{közepes})$$

$$c_{közepes} = \frac{202{,}400 - 61{,}180 \cdot \lg d_{max}}{x_0 - 0{,}036}$$

$$c_{közepes} = \frac{202{,}400 - 61{,}180 \cdot lg\, d_{max}}{x_0 - 0{,}036}$$




| $d_{max}$ | 0,40 | 0,45 | 0,50 | 0,55 | 0,60 | 0,65 | 0,70 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $x_0$ = redukált víz-cementtényező | | | | | | |
| | m = finomsági modulus | | | | | | |
| 16 | 6,39 | 6,27 | 6,18 | 6,10 | 6,04 | 5,99 | 5,95 |
| 24 | 6,78 | 6,67 | 6,58 | 6,51 | 6,46 | 6,41 | 6,37 |
| 32 | 7,05 | 6,95 | 6,87 | 6,80 | 6,75 | 6,71 | 6,67 |
| 63 | 7,70 | 7,61 | 7,54 | 7,49 | 7,44 | 7,41 | 7,38 |



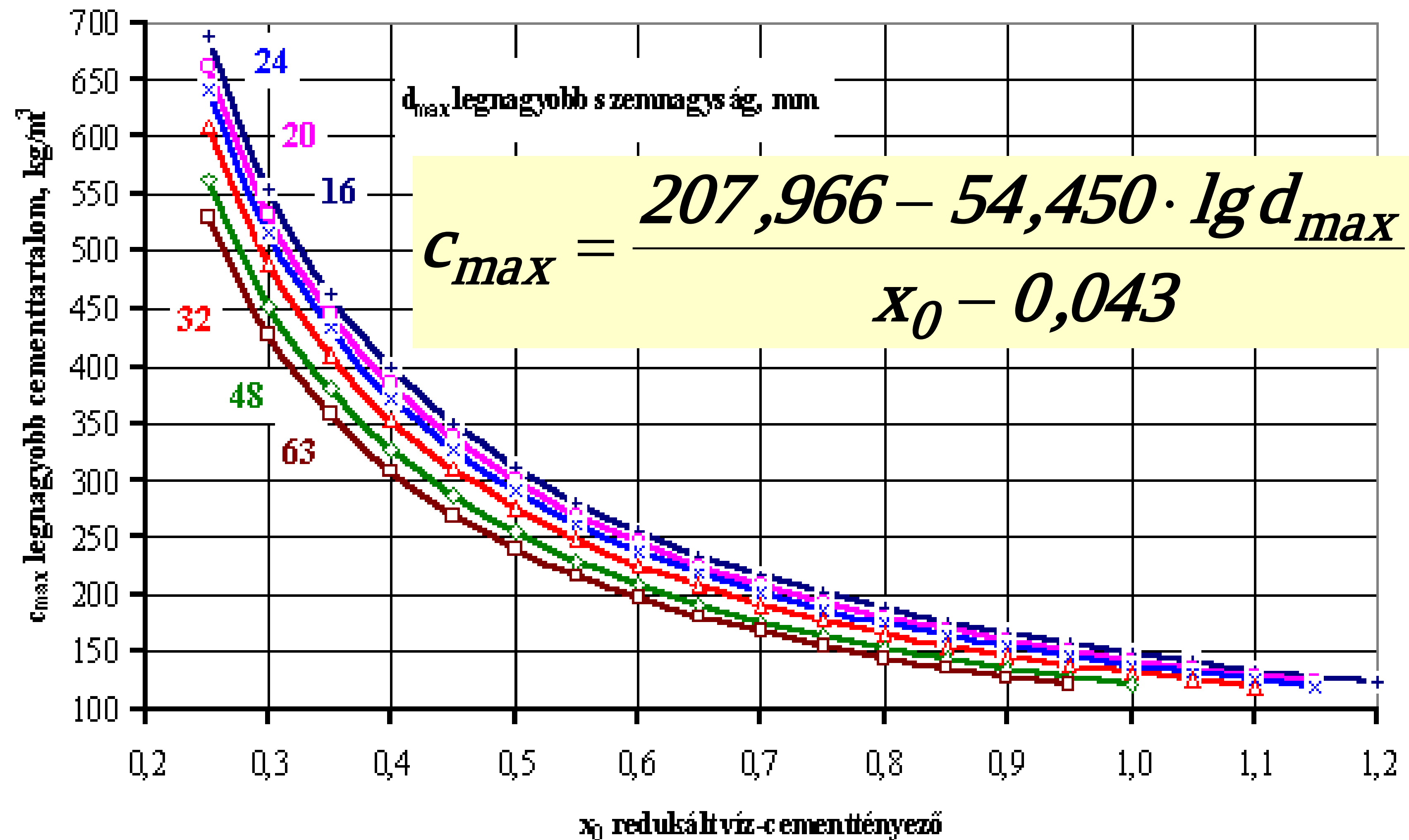
A kavicsbeton közepes finomsági modulusa a redukált víz-cement tényező és a legnagyobb szemnagyság függvényében
$m_{közepes} = 11 - (x_0 - 0{,}1) \cdot \frac{c_{közepes}}{23}$
$m_{közepes}$ közepes finomsági modulus, ha a cementtartalom $c_{közepes}$
$d_{max}$ legnagyobb szemnagyság
63
48
32
24
20
16
8,5
8,0
7,5
7,0
6,5
6,0
5,5
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1,0
1,1
$x_0$ redukált víz-cement tényező
Kausay

$$0{,}89 \cdot m_0 \leq m \leq 1{,}07 \cdot m_0$$

$$m = 11 - (x_0 - 0{,}1) \cdot \frac{c_{max}}{23} = 0{,}89 \cdot m_0 =$$

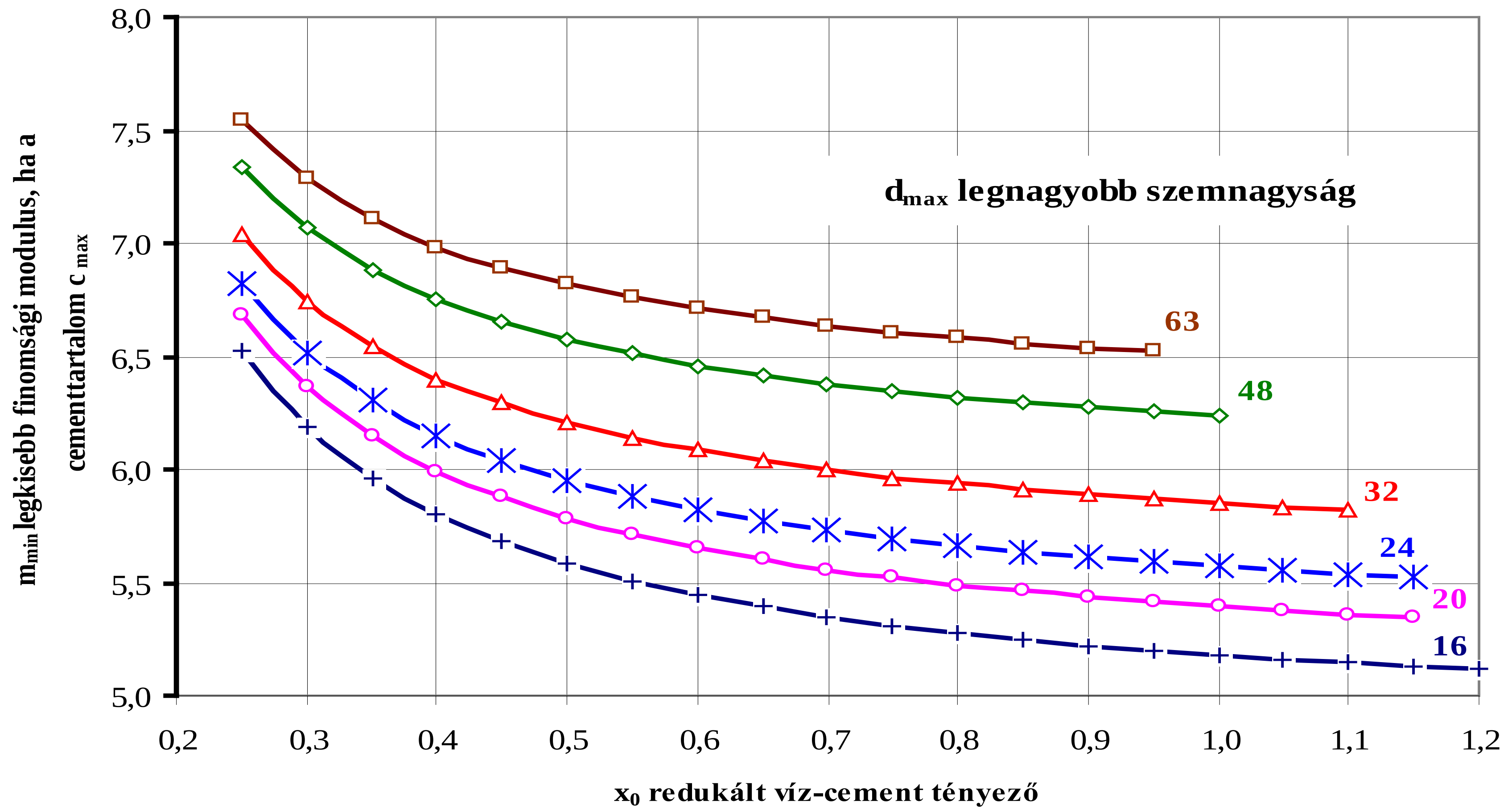
$$= 0{,}89 \cdot (2{,}66 \cdot \lg d_{max} + 2{,}2 + 0{,}0028 \cdot c_{max})$$

$$c_{max} = \frac{207{,}966 - 54{,}450 \cdot \lg d_{max}}{x_0 - 0{,}043}$$

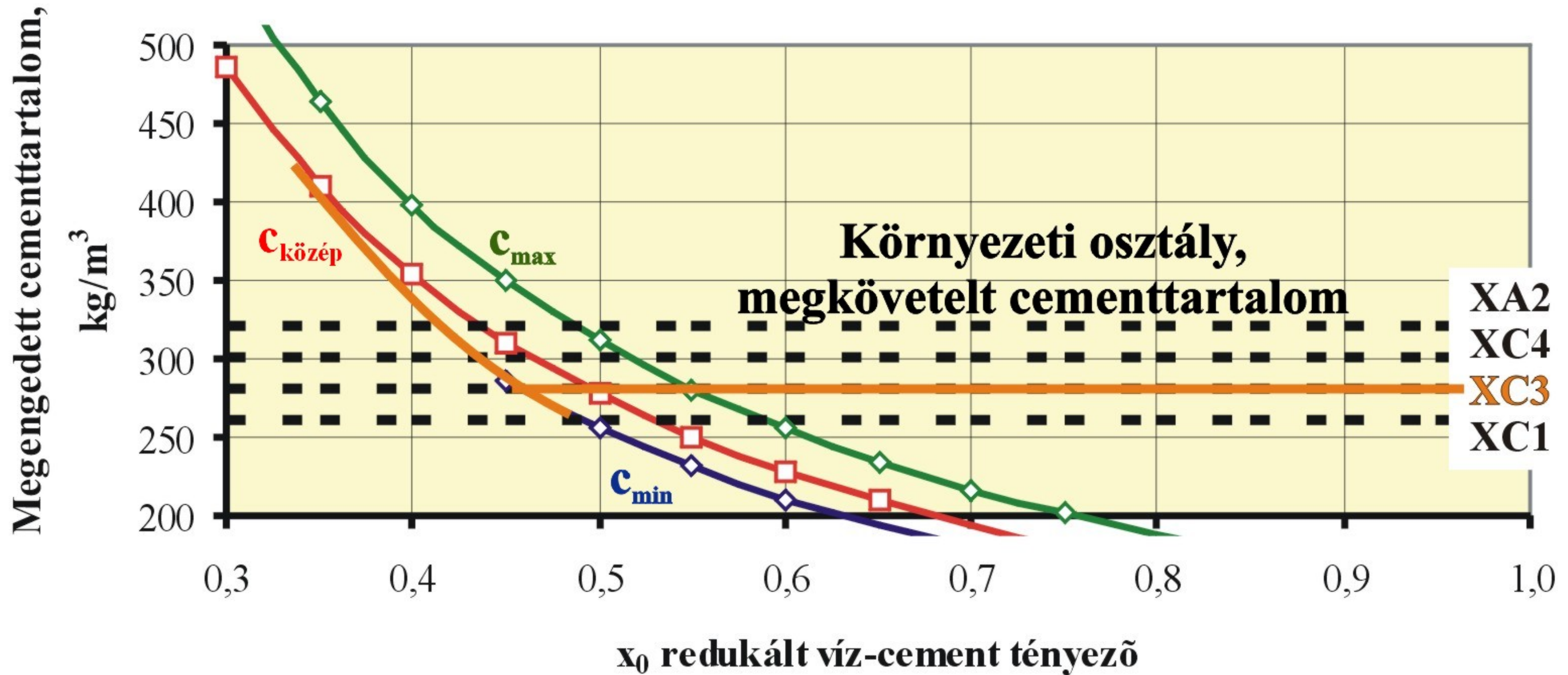


A kavicsbeton legnagyobb cementtartalma a redukált víz-cementtényező
és a legnagyobb szemnagyság függvényében
$d_{max}$ legnagyobb szemnagyság, mm
24
20
16
32
48
63
$$c_{max} = \frac{207,966 - 54,450 \cdot \lg d_{max}}{x_0 - 0,043}$$
$c_{max}$ legnagyobb cementtartalom, kg/m$^3$
700
650
600
550
500
450
400
350
300
250
200
150
100
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1,0
1,1
1,2
$x_0$ redukált víz-cementtényező

Kausay




$$m_{min} = 11 - (x_0 - 0{,}1) \cdot \frac{c_{max}}{23}$$




**XA2 Fúrt cölöp**
**XC4 Esőnek kitett pillér**
**XC3 Esőtől védett pillér**
**XC1 Belső födém**

| Alap adatok | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Beton jele | $R_{m\ 200}$ [N/mm²] | Cement jele | Konzisz-tencia | $d_{max}$ [mm] | $m = m_{terv}$ fin. mod. | Frakciók fin. modulusa $m_{1,finom}$ | $m_{2,durva}$ |
| C 20/25 | 32 | CEM 42,5 | K | 24 | 6,03 | 5,59 | 6,73 |

| Alap adatok | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Frakciók víztart., [tömeg%] $w_{1,finom}$ | $w_{2,durva}$ | Frissbeton levegőtart., [térf.%] | Betonkeverőgép dobtérf., [liter] | Tömörítési tényező | Cement testsűrűsége, [kg/dm³] | Finom frakció | Durva frakció |
| 4,2 | 1,1 | 1,2 | 1250 | 1,10 | 3,10 | 2,60 | 2,65 |

**Betontervezési gyakorló példa**

**„Első megoldás"**

**A *Bolomey-Palotás-féle* betontervezési módszer alkalmazásával tervezze meg a fenti betontervezési alap adatokkal jellemezett, betömörített frissbetonnak és keverési adagnak az összetételét. Mutassa be, hogy a részeredmények kielégítik a betontervezési feltételeket.**

**A megtervezendő beton *x* víz-cementtényezőjét a feladatlapon megadott,**

**- az MSZ EN 206-1:2002 szerinti C$f_{ck,cyl}/f_{ck,cube}$ nyomószilárdsági osztályú betonnak megfelelő**

**- $R_{m,200}$ (200 mm méretű, vegyesen tárolt próbakockán értelmezett) átlagos nyomószilárdságból számítjuk ki:**

$$x = \frac{1}{\frac{R_{m\ 200}}{A} + 0{,}3} = \frac{1}{\frac{32}{22} + 0{,}3} = 0{,}570$$

Kausay

ahol *A* a cement minőségének függvénye:

| Cementminőség | | A |
|---|---|---|
| MSZ EN 197-1:2000 | MSZ 4702/2:1974 | |
| CEM 52,5 | C 550 | 27,5 |
| CEM 42,5 | C 450 | 22,0 |
| CEM 32,5 | C 350 | 17,0 |

Következő lépés az $x_0$ redukált víz-cementtényező kiszámítása:

$$x_0 = \frac{x}{h * h_0 * h_1} = \frac{0{,}570}{1{,}25 * 1{,}00 * 1{,}00} = 0{,}456$$

ahol a $h$, $h_0$, $h_1$ osztók értéke a konzisztencia, a cement minősége és az adalékanyag legnagyobb szemnagysága függvényében a következő:

| Konzisztencia | h | Cementminőség | $h_0$ | $d_{max}$ [mm] | $h_1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Földnedves | 1,00 | CEM 52,5 | 0,98 | 12 | 1,04 |
| Kissé képlékeny | 1,15 | CEM 42,5 | 1,00 | 16 | 1,01 |
| Képlékeny | 1,25 | CEM 32,5 | 1,04 | 24 | 1,00 |
| Folyós | 1,35 | | | 32 | 0,98 |

Itt az előzőekhez képest más a jelölés: $h$ (= $h_{konz}$); $h_0$ (= $h_{CEM}$); $h_1$ (= $h_{dmax}$)

**A megadott *m* finomsági modulusból és az $x_0$ redukált víz-cement tényezőből kiszámítjuk a $c = M_c$ cementtartalmat:**

$$c = \frac{23}{x_0 - 0{,}1} * (11 - m) = \frac{23}{0{,}456 - 0{,}1} * (11 - 6{,}03) = \frac{23}{0{,}356} * 4{,}97 = 321{,}1 \quad [kg / beton \quad m^3]$$

**Az $m_0$ ellenőrző finomsági modulus számítása:**

$$m_0 = 2{,}66 * \lg d_{max} + 2{,}2 + 0{,}0028 * c =$$
$$= 2{,}66 * \lg 24 + 2{,}2 + 0{,}0028 * 321{,}1 = 3{,}671 + 2{,}2 + 0{,}899 = 6{,}77$$

**Az *m* finomsági modulus ellenőrzése:**

$$6{,}0253 = 0{,}89 * 6{,}77 = 0{,}89 * m_0 \le m = 6{,}03 \le 1{,}07 * m_0 = 1{,}07 * 6{,}77 = 7{,}244$$

**tehát az összetartozó *m* finomsági modulus és *c* cementtartalom értéke megfelel.**

**A beton $v = M_v$ vízadagolásának számítása az *x* víz-cement tényező és a *c* cementtartalom segítségével:**

$$v = x * c = 0{,}570 * 321{,}1 = 183{,}0 \quad [kg / m^3]$$

**A homokos kavics adalékanyag frakciói részarányának számítása:**

$$\alpha_{finom} = \frac{m_{2,durva} - m}{m_{2,durva} - m_{1,finom}} = \frac{6{,}73 - 6{,}03}{6{,}73 - 5{,}59} = \frac{0{,}70}{1{,}14} = 0{,}614 \quad \text{és} \quad \beta_{durva} = 1 - \alpha_{finom} = 0{,}386$$

Kausay

**A beton homokos kavics adalékanyag tartalmának $V_a$ térfogata a finom frakció térfogatának és a durva frakció térfogatának összegéből:**

$$V_a = \frac{\alpha_{finom} * M_a}{\rho_{finom}} + \frac{\beta_{durva} * M_a}{\rho_{durva}} = M_a * \left( \frac{\alpha_{finom}}{\rho_{finom}} + \frac{\beta_{durva}}{\rho_{durva}} \right) =$$

$$= M_a * \left( \frac{0{,}614}{2{,}60} + \frac{0{,}386}{2{,}65} \right) = 0{,}38181 * M_a \qquad [liter / m^3]$$

**majd folytatva:**

$$V_a = 0{,}38181 * M_a = 1000 - \left( \frac{c}{\rho_c} + v + V_{levegő} \right) =$$

$$= 1000 - \left( \frac{321{,}1}{3{,}1} + 183{,}0 + 12 \right) = 1000 - 298{,}6 = 701{,}4 \qquad [liter / m^3]$$

**A beton adalékanyag tartalma tömegben kifejezve:**

$$M_a = \frac{V_a}{\left( \frac{\alpha_{finom}}{\rho_{finom}} + \frac{\beta_{durva}}{\rho_{durva}} \right)} = \frac{701{,}4}{0{,}38181} = 701{,}4 * 2{,}6191 = 1837{,}0 \qquad [kg / m^3]$$

Kausay

## Az előző összefüggést megismételve:

**A beton adalékanyag tartalma tömegben kifejezve:**

$$M_a = \frac{V_a}{\left(\frac{\alpha_{finom}}{\rho_{finom}} + \frac{\beta_{durva}}{\rho_{durva}}\right)} = \frac{701{,}4}{0{,}38181} = 701{,}4 * 2{,}6191 = 1837{,}0 \qquad [kg/m^3]$$

**ahol:**

$$\rho_a = \frac{1}{\left(\frac{\alpha_{finom}}{\rho_{finom}} + \frac{\beta_{durva}}{\rho_{durva}}\right)} = 2{,}619 \qquad [kg/dm^3]$$

**a homokos kavics adalékanyag (keverék) testsűrűsége.**

**A finom frakció tartalom:**

$$M_{a,finom} = \alpha_{finom} * M_a = 0{,}614 * 1837{,}0 = 1127{,}9 \qquad [kg/m^3]$$

**A durva frakció tartalom:**

$$M_{a,durva} = \beta_{durva} * M_a = 0{,}386 * 1837{,}0 = 709{,}1 \qquad [kg/m^3]$$

**Ellenőrzés:**

$$M_a = M_{a,finom} + M_{a.durva} = 1127{,}9 + 709{,}1 = 1837{,}0 \qquad [kg/m^3]$$

**A beton összetételének, illetve keverési arányának számítása:**

| A beton összetevői | A beton összetétele (alap keverék) [kg/m³] | Adalékanyag víztartalma [kg/m³] | Korrigált összetétel a vízkorrekció után [kg/m³] | Az 1 m³ térfogatú laza beton tömege [kg/keverék] | Megkeverhető betonadag tömege 1,25 m³ töltési térfogatú keverődobban [kg/keverék] |
|---|---|---|---|---|---|
| Cement | 321,1 | | 321,1 | 321,1/1,1= =291,91 | 1,25*291,91= =364,88 |
| Víz | 183,0 | | 183,0-47,4-7,8= =127,8 | 127,8/1,1= =116,18 | 1,25*116,18= =145,22 |
| Finom frakció | 1127,9 | 1127,9*0,042 = =47,4 | 1127,9+47,4= =1175,3 | 1175,3/1,1= =1068,45 | 1,25*1068,45 = =1335,56 |
| Durva frakció | 709,1 | 709,1*0,011= =7,8 | 709,1+7,8= =716,9 | 716,9/1,1= =651,73 | 1,25*651,73= =814,66 |
| Összesen | * 2341,1 | | * 2341,1 | 2128,3 és ellenőrizve: 2341,1/1,1= =2128,3 | 2660,3 és ellenőrizve: 1,25*2128,3= =2660,4 |

Kausay

* A friss beton testsűrűsége: 2341,1 kg/m³

## A számítás rész- és végeredményei:
## A beton jele: C20/25 – XC1 – 24 – F3 (képlékeny) – MSZ 4798:2016

| Számított adatok | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $x_0$ | $m_0$ | $c = M_c$ | $\alpha$ | $v = M_v$ | $V_a$ |
| Vízcement-tényező | Redukált víz-cementtényező | Ellenőrző modulus | Cementtart. [kg/m³] | Finom frakció részaránya | Vízadagolás [kg/m³] | Adalékanyag térf., [liter/m³] |
| 0,570 | 0,456 | 6,77 | 321,1 | 0,614 | 183,0 | 701,4 |

| Számított adatok | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $M_a$ | $M_{a,finom}$ | $M_{a,durva}$ | Vízmennyiség az adalékanyagban | Hom. kavics víztartalma miatt korr. | | |
| Adalékanyag tart., [kg/m³] | Finom frakció tart., [kg/m³] | Durva frakció tart., [kg/m³] | [kg/m³] | Korr. $M_v$ [kg/m³] | Korr. $M_{a,finom}$ [kg/m³] | Korr. $M_{a,durva}$ [kg/m³] |
| 1837,0 | 1127,9 | 709,1 | 55,2 | 127,8 | 1175,3 | 716,9 |

| Számított adatok | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Frissbeton testsűrűsége [kg/m³] | A keverés adagjai | | | | |
| | $c_{adag}$ [kg/keverés] | $v_{adag}$ [kg/keverés] | Finom fr.$_{adag}$ [kg/keverés] | Durva fr.$_{adag}$ [kg/keverés] | Beton$_{adag}$ [kg/keverés] |
| 2341,1 | 364,9 | 145,2 | 1335,6 | 814,7 | 2660,4 |

**A beton környezeti osztályainak egyoldalas összefoglaló táblázatát innen lehet letölteni:**

**http://www.betonopus.hu/notesz/kutyanyelv/kornyezeti-osztalyok-tablazata-1-oldalas.pdf**

**Nagyon fontos megjegyezni, hogy a betontervezés eredményeképpen kapott betonösszetételt laboratóriumi keveréssel ki kell próbálni, és ha nem felel meg, a tervezés kiindulási adatain változtatni kell. Ennek során a legfontosabb ellenőrizni:**

- **a friss beton konzisztenciáját, bedolgozott állapotban a testsűrűségét és a levegőtartalmát (az utóbbit legalább számítással);**
- **a megszilárdult beton testsűrűségét és nyomószilárdságát.**

**Betontervezési gyakorló példa**

**„Szorgalmi feladat"**

**A betontervezési gyakorló példa „első megoldása" helyes, de nem feltétlenül cement-takarékos eredményre vezetett. Vizsgáljuk meg, hogy a gyakorló példa „első megoldásában" szereplő C20/25 – 24 – „Képlékeny" jelű beton elkészíthető-e kevesebb, mint a hivatkozott példában eredményül kapott 321,1 kg/m³ cementtel, és ha igen, akkor a cement-takarékos megoldásnak melyek a feltételei.**

**A *Bolomey-Palotás-féle* betontervezési módszer szerint a finomsági modulus legnagyobb *($m_{max}$)* - tudvalevőleg legkisebb cementtartalmat *($c_{min}$)* igénylő - értéke: *$m_{max}$ = 1,07*$m_0$*. Ezt a feltételt a finomsági modulus összefüggésébe helyettesítve:**

$$m_{\max} = 11 - (x_0 - 0{,}1) * \frac{c_{\min}}{23} = 1{,}07 * m_0$$

**majd abból az *$m_0$*-t kifejezve, és azt egyenlővé téve az *$m_0$* ellenőrző finomsági modulus összefüggésének (lásd az 1. sz. gyakorló példát) jobboldalával (amelybe *$c = c_{min}$* írandó), és az egyenletet *$c_{min}$*-re rendezve azt kapjuk, hogy**

$$c_{\min} = \frac{198{,}858 - 65{,}4626 * \lg d_{\max}}{x_0 - 0{,}031092}$$

**ami a legkisebb cement mennyiség értéke. Példánk szerint:**

Kausay $$c_{\min} = \frac{198{,}858 - 65{,}4626 * \lg 24}{0{,}456 - 0{,}031092} = \frac{108{,}5058}{0{,}4249} = 255{,}4 \qquad [kg / beton \quad m^3]$$

**Kiszámítjuk a kapott legkisebb cement mennyiséghez ($c_{min}$) tartozó legnagyobb finomsági modulust:**

$$m_{\max} = 11 - (x_0 - 0{,}1) * \frac{c_{\min}}{23} = 11 - (0{,}456 - 0{,}1) * \frac{255{,}4}{23} = 11 - 3{,}953 = 7{,}05$$

**Ez az eredmény megfelel, mert a $d_{max}$ = *24 mm* legnagyobb szemnagysághoz tartozó - megengedett legnagyobb finomsági modulusú - *A* határgörbe finomsági modulusa $m_{24,A}$ = *7,13*, azaz**

$$7{,}05 = m_{\max} < m_{24,A} = 7{,}13$$

**és az $m_0$ ellenőrző finomsági modulus:**

$$m_0 = 2{,}66 * \lg d_{\max} + 2{,}2 + 0{,}0028 * c_{\min} =$$

$$= 2{,}66 * \lg 24 + 2{,}2 + 0{,}0028 * 255{,}4 = 3{,}671 + 2{,}2 + 0{,}715 = 6{,}59$$

**továbbá az ellenőrzés:**

$$5{,}865 = 0{,}89 * 6{,}59 = 0{,}89 * m_0 \leq m_{\max} = 7{,}05 \leq 1{,}07 * m_0 = 1{,}07 * 6{,}59 = 7{,}051$$

**tehát az összetartozó $m_{max}$ legnagyobb finomsági modulus és $c_{min}$ legkisebb cementtartalom értéke megfelel.**

**A C 20/25 – 24 – „Képlékeny" jelű beton tehát előállítható az eredetileg számítottnál („első megoldás") kevesebb CEM 42,5 minőségű cementtel is, de ennek az a feltétele, hogy az adalékanyag finomsági modulusát *m = 6,03* értékről $m_{max}$ = *7,05* értékre kell növelni.**

**A cement megtakarításnak példánk esetén más ára is van. Nevezetesen az, hogy $c_{min}$ = *255,4 < 260,0 kg/m³*, és ezért a betonunk az eredeti *XC1* környezeti (kitéti) osztály helyett csak az „*X0 vasbeton*" környezeti osztályba sorolható be.**

**A számítás eredménye tehát az, hogy a betont CEM 12,5 minőségű cementtel készítve:**
**A cement-takarékos beton jele:**
**C20/25 – $X0_{vasbeton}$ – 24 – F3 (képlékeny) – MSZ 4798:2016**

**Ha azt akarjuk, hogy a betonunk környezeti osztálya továbbra is *XC1* legyen, akkor erre két lehetőségünk nyílik:**

- **vagy *c = 260,0 kg/m³* adagolású *CEM 42,5* minőségű cementtel, és ehhez a cement mennyiséghez tartozó *m = 6,98* finomsági modulusú adalékanyaggal készítjük el a betont (ami az előbbi példa adataihoz képest nem egy jelentős eltérés, de más esetben számottevő is lehet);**
- **vagy kisebb szilárdságú, azaz *CEM 32,5* minőségű cement alkalmazásával növeljük a *C20/25 – 24 – „Képlékeny”* jelű beton cementtartalmát, ha ennek van értelme.**

**Most nézzünk ez utóbbira példát:**

**Betontervezési gyakorló példa**

**„Hangyaszorgalmi feladat”**

Ha a *C20/25 – 24 – „Képlékeny”* jelű betont *CEM 32,5* minőségű cementtel készítjük, akkor (és tessék szíves utána számolni)

a víz-cementtényező értéke: $x = 0,458$

a redukált víz-cementtényező értéke: $x_0 = 0,352$

a megengedett legkisebb cementtartalom: $c_{min} = 338,1\ kg/m^3$

a hozzá tartozó megengedett legnagyobb finomsági modulus: $m_{max} = 7,30$

amelynek mértékadó értéke $m_{24,A} = 7,13$ miatt: $m_{mértékadó} = 7,13$

az $m_{mértékadó}$ finomsági modulushoz tartozó mértékadó cementtartalom:

$c_{mértékadó} = 353,2\ kg/m^3$

a $c_{mértékadó}$ cementtartalomhoz tartozó ellenőrző finomsági modulus:

$m_{0,\ mértékadó} = 6,86$

és az ellenőrzés: $6,11 = 0,89 * m_{0,\ mértékadó} < m_{mértékadó} = 7,13 < 1,07 * m_{0,\ mértékaó} = 7,34$

tehát a megoldás elvileg megfelel.

A *C20/25 – 24 – „Képlékeny”* jelű beton elkészítésének alternatívái tehát a következők:

| Gyakorló példa | Cement minőség | Cement mennyiség [kg/m³] | Környezeti (kitéti) osztály |
|---|---|---|---|
| „Első megoldás” | CEM 42,5 | 321,1 | XC1 |
| „Szorgalmi feladat” | CEM 42,5 | 255,4<br>260,0 | X0 vasbeton<br>XC1 |
| „Hangyaszorgalmi feladat” | CEM 32,5 | 353,2 | XC1 |

**Minthogy az *MSZ EN 206* európai szabvány szerint a *C20/25* nyomószilárdsági osztályú betonból a cementtartalom *260,0 kg/m³* érték fölé növelésével sem lehet az *XC1* környezeti osztályúnál jobb betont előállítani, ezért cementminőség csökkentéssel a cementtartalomnak e határérték fölé való jelentős emelését időjárási vagy gazdasági okokon kívül más nem indokolhatja.**

**Annak előrebocsátásával, hogy más példák (más alapadatok) esetén más számarányok alakulnak ki és más következtetések vonhatók le, a „szorgalmi" és a „hangyaszorgalmi" feladatot egybevetve jó megoldásának azt a betonösszetételt tekintjük, amely**

**legalább *260 kg/m³* adagolású *CEM 42,5* minőségű cementtel készül,**

**és amelynek jele: C20/25 – XC1 – 24 – F3 – MSZ 4798-**

**Mindez természetesen nem jelenti azt, hogy a gyakorló példa „első megoldása", mint egyetlen jó megoldás a maga alapadataival, ne lenne helyes. Csak azt jelenti, hogy a gyakorló példa megadott alapadatai „első megoldásban", azaz első közelítésben nem eredményeztek optimális beton összetételt és minőséget.**

# Köszönöm a szíves figyelmüket…